

Entrenamientos Estatales 2018 ARITMÉTICA y ÁLGEBRA



En esta sesión repasaremos: **Fórmula de Gauss**

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n \times (n+1)}{2}$$

y **sumas geométricas :**

$$1+x+x^2+x^3+\dots+x^n = \frac{x^{n+1}-1}{x-1}$$

Ejercicio. Calcula las siguientes sumas:

- $2 + 4 + \dots + 2018$
- $1+3+5+\dots+2017$
- $3+6+9+\dots+2017$
- $1+2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{10}$
- $1+1/2+1/2^2+1/2^3+1/2^4+\dots+1/2^{10}$

Problemas.

1. Si cada uno de los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 es utilizado una vez en la siguiente expresión, ¿Cuántos valores distintos se pueden obtener?

$$\bigcirc + \bigcirc - \bigcirc$$

2. En una fiesta hay 15 mujeres y algunos varones. Primero, cada mujer le regala un dulce a cada varón conocido, que se lo come de inmediato. Después, cada varón le regala un dulce a cada mujer desconocida. En total se regalaron 240 dulces. ¿Cuántos varones hay en la fiesta?

ACLARACIÓN: Si A es conocido de B, entonces B es conocido de A.

3. En la clase de matemáticas cada alumno saludó a cada uno de sus compañeros. Si hubo 36 apretones de manos entre las mujeres y 28 apretones de manos entre los hombres, ¿cuántos apretones de mano hubo entre una mujer y un hombre?
4. Consideramos el conjunto de los 17 primeros enteros positivos, $\{1, 2, 3, \dots, 17\}$. Hay que elegir dos números de este conjunto tales que la multiplicación de esos dos números sea igual a la suma de los restantes 15 números.
5. El Profr. López reparte lápices entre sus alumnos. Al 1ro le da un lápiz, al 2do le da dos, al 3ro le da el doble de lápices que le dio al 2do y así sucesivamente. Si tiene 2009 lápices, ¿cuántos lápices le tocó al último alumno?
6. En el pizarrón están escritos los números enteros desde 1 hasta 2007. Nacho borra números con el siguiente procedimiento: Recorre los números del pizarrón ordenadamente de menor a mayor comenzando con el 3. Borra el 3 y cada vez que llega a un número que se puede escribir como suma de dos números distintos que no se hayan borrado hasta ese momento, lo borra. ¿Nacho va a borrar el 2017? Justifica.
7. Juan escribe la secuencia de números $-4, 8, -12, 16, -20, 24, -28, \dots$ y se detiene una vez que la suma sea mayor a 2000. ¿Cuántos números negativos escribió Juan?
8. Un enjambre de 2010 abejas construye un panal pegando pequeñas celdas de forma hexagonal. Inician con una celda central que constituye la primera capa (celda 1), luego construyen la segunda capa pegando celdas a los lados libres de la primera capa. Construyen la tercera capa de la misma forma pegando hexágonos a los lados libres de la segunda capa y así sucesivamente, luego cada una de las abejas toma una celda y se coloca dentro de ella. ¿Cuántas capas construyeron las abejas?
9. Calcular la suma de las 100 fracciones que se obtienen formando todos los cocientes de cada par de números de la siguiente lista: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512.

